

三点法中测头最佳角位置的确定方法

张宇华

(北京理工大学光电工程系 北京 100081)

王晓琳

(山东工业大学机械工程学院 济南 250061)

摘要 论述了三点法圆度及轴系运动误差测量系统中确定三个测头最佳角位置的方法。通过分析测头读数误差对圆度各次谐波测量精度的影响,提出了确定三个测头最佳角位置的优化策略,基于Monte Carlo思想和单纯形模式搜索方法编制了高效、高精度的寻优程序,优化得到三个测头的最佳角位置。研究表明:在误差分析的基础上对三个测头的角位置进行优化能很好地解决三点法圆度测量形状失真问题,随机模式搜索寻优是确定测头最佳角位置的有效手段。

关键词 圆度 读数误差 最佳角位置 目标函数 优化

在三点法^[1,2]圆度及轴系运动误差的测量中,三个测头间夹角的选择对测量精度具有重要影响。前人选择测头间夹角时,大都是从三点法的谐波加权函数 $\omega(k) = 1 + a_2e^{-jkQ_2} + a_3e^{-jkQ_3}$ 的数学特点出发,选择 Q_2, Q_3 与 2π 有较小的最大公约数,从数学上保证三点法能测到较高级次的谐波^[3-5]。事实上,确定测头角位置时,仅从数学上考虑方法原理对它的要求,而忽视了实际测量中测头存在读数及角位置误差时测头间夹角对测量精度的影响,是难以得到测头的最佳角位置的,也就无法从根本上保证获得高精度的测量结果。虽有个别文献^[6]注意到上述问题,但因未能透彻分析测头读数及定位误差与圆度各次谐波及圆周各点测量误差的关系,所以未能提出好的系统优化方法。

针对上述问题,本文通过分析测头存在读数及角位置误差时测头间夹角与测量精度之间关系,提出确定测头最佳角位置的目标函数及寻优算法,为进一步提高三点法测量精度奠定基础。

1 三点法中测头间夹角对测量精度的影响

如图 1, 在工件圆周上布置 3 个测头 $P_i (i = 1 \sim 3)$, 各测头与 y 轴的夹角分别为 $\varphi_i (\varphi = 0)$, 工件圆度为 $r(\theta)$, 轴系径向运动误差的 x, y 向分量为 $x(\theta_i), y(\theta_i)$, 各测头的输出为 $S_i(\theta_i)$, 对 $S_i(\theta_i)$ 作适当的线性组合, 消去 $x(\theta_i), y(\theta_i)$ 及 $r(\theta_i)$ 中的一次谐波, 得到圆度各次谐波的余弦及正弦系数

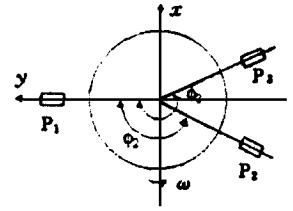


Fig. 1 The principle of three-point method

$$A_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ -2 \frac{\alpha_k \cos k\theta_i + \beta_k \sin k\theta_i}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} [S_1(\theta_i) + a_2 S_2(\theta_i) + a_3 S_3(\theta_i)] \right\} \quad (1)$$

$$B_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ 2 \frac{\beta_k \cos k\theta_i - \alpha_k \sin k\theta_i}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} [S_1(\theta_i) + a_2 S_2(\theta_i) + a_3 S_3(\theta_i)] \right\} \quad (2)$$

其中,

$$a_2 = -\sin \varphi_3 / \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \quad (3)$$

$$a_3 = \sin \varphi_2 / \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \quad (4)$$

$$\alpha_k = 1 + a_2 \cos k\varphi_2 + a_3 \cos k\varphi_3 \quad (5)$$

$$\beta_k = a_2 \sin k\varphi_2 + a_3 \sin k\varphi_3 \quad (6)$$

$r(\theta_i)$ 可由 Fourier 级数求和得到

$$r(\theta_i) = \sum_{k=2}^{k_m} (A_k \cos k\theta_i + B_k \sin k\theta_i) \quad (7)$$

其中, θ_i 为采样点, $\theta_i = n \cdot 2\pi/N, n = 0, 1, \dots, N-1, N$ 为采样点数, k_m 为谐波高级次。

影响测圆精度的主要误差有两上, 仪器读数误差; 测头角位置误差。设三个测头的方差均为 σ^2 , 通过误差分析, 由读数误差所引入的圆度 k 次 Fourier 系数 A_k, B_k 的测量误差的方差为

$$\sigma^2(A_k) = \sigma^2(B_k) = 2 \cdot \frac{1 + a_2^2 + a_3^2}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \sigma^2 \quad (8)$$

由测头读数误差引入的圆周第 P 点的圆度测量误差的方差为

$$\sigma^2(r_p) = \frac{4}{N} \sigma^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=2}^{k_m} \sqrt{\frac{1 + a_2^2 + a_3^2}{\alpha_k^2 + \beta_k^2}} \sin[\nu + k(\theta_p - \theta_i)]^2 \quad (9)$$

其中 $\text{tg} \nu = -\alpha_k / \beta_k, \theta_p = p \cdot 2\pi/N, p = 0, 1, \dots, N-1$ 。

设 $q_k = \sqrt{(1 + a_2^2 + a_3^2) / (\alpha_k^2 + \beta_k^2)}$, q_k 是表示读数误差对测量精度影响的重要指标。

误差分析表明: 测头角位置误差对圆度测量精度的影响大致也正比于 q_k 。显然, 对给定级次的谐波, q_k 只与三个测头间的夹角有关, 它反映了测量系统对测头读数及角位置误差的放大关系。 φ 选择不当会使某些谐波的 q_k 很大, 从而造成测量结果的严重失真。

2 确定测头最佳角位置的目标函数

确定测头最佳角位置的基本原则是使测头读数及角位置误差对圆周各点或各次谐波测量

精度的影响为最小。优化过程为一个多目标函数的优化决策问题。根据前述分析, 取 q_k 作为优化的基本目标函数。这是因为 q_k 具有明确的物理意义, 它反映了测头读数误差(在一定程序上也表达了测头角位置误差)对给定级次谐波测量精度的影响, 使其为最小, 可以大大降低测头的读数及角位置误差对圆度测量精度的影响。并且通过计算 q_k , 可以分析测量误差的传播规律, 分析给定谐波的测量误差在整个测量误差中所占比重的大小, 从而为发现误差来源, 克服其影响奠定了基础。因此, 根据不同的测量任务要求, 可以 q_k 为基本函数构造不同的目标函数。

对于给定的谐波上限 k_m , 求 Q, Q_3 , 使所有各次谐波的 q_k 中的最大值 $F(q_k) = \max(q_k)$ 为最小。

对于给定的谐波上限 k_m , 求 Q, Q_3 , 对于所有各次谐波的 q_k , 使 $F(q_k) = \frac{1}{K_m - 1} \sum_{k=2}^{k_m} q_k^2$ 为最小, 或 $F(q_k) = \frac{1}{K_m - 1} \sum_{k=2}^{k_m} q_k^2$ 为最小。

3 优化算法

由 q_k 构成的目标函数是特性很复杂的有理函数, 振荡非常剧烈, 有许多局部极小值, 不能按通常的单峰函数优化方法计算。最可靠的办法是采用全排列的方法, 考虑 Q, Q_3 所有可能的组合, 计算每种组合条件下的目标函数值, 舍去大的留下小的, 直至全部组合计算完毕, 获得最佳值。但这种方法有以下问题: 如果搜索步长太大, 则有可能漏掉真正的最佳值; 如果采用较小步长, 譬如以 1 为步长, 则计算量急剧增大, 尤其是在选择的谐波上限级次较高时, 计算时间之长, 令人难以忍受。正是由于这个原因, 文献[6]只计算到 15 次谐波。当然, 对于一般的圆度测量来说, 计算到 15 次谐波基本上可以了, 但要进行高精度测量, 尤其是轴系精度测量, 高次谐波将下不可避免地计入轴系误差中去, 从而掩盖了轴系真正的回转运动特性, 无法准确分析误差来源。

本文基于 Monte Carlo 随机试验思想, 并参考单纯形模式寻优方法^[8], 编制了随机模式搜索方法的算法程序。其方法如下:

在由 $Q_{\min} < Q < Q_{\max}$ 所决定的平面内产生一个随机试验点 $Q^{(0)} = \{Q^{(0)}, Q_3^{(0)}\}$ 。

以初始点 $Q^{(0)}$ 为中心, 以 A_1 和 A_2 为半径作一空心圆域, 在这空心圆域中按均匀分布产生随机变量 Q 搜索 n 次 (n 取 5 ~ 10), 每次不成功, 则反向搜索一次, 求出新点 $Q^{(1)}$, 使目标函数 $f(Q^{(1)}) < f(Q^{(0)})$ 。

进行一次模式寻优, 令 $Q = 2Q^{(1)} - Q^{(0)}$, 若 $f(Q) < f(Q^{(1)})$, 表示模式寻优成功, 转向步骤, 以新点为中心, 再继续寻找更好的点。

若 $f(Q) > f(Q^{(1)})$, 表示模式寻优失败, 将 Q 向 $Q^{(1)}$ 收缩, 直到 $f(Q) < f(Q^{(1)})$ 为止, 重复步骤。

图 2 给出了程序框图。结果表明, 本文提出的方法能准确得到全局最优值, 且耗时少、精度高。表 1 给出了上述目标函数在 $K_m = 20, 40, 80, 160, 240, 480$ 时的最佳角度 Q, Q_3 , 见图 3 给出了目标函数 $F(q_k) = \max(q_k)$ 在 $K_m = 20, 160$ 时最佳角位置及误差传递系数 q_k 。

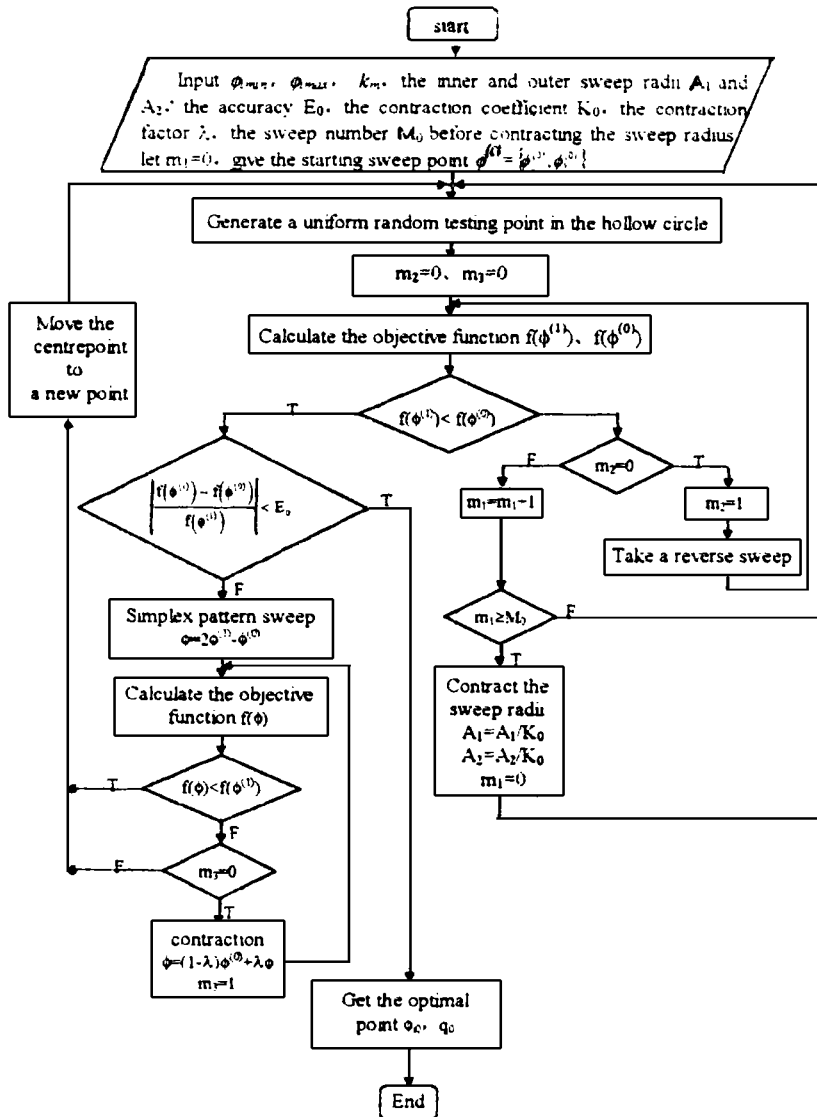


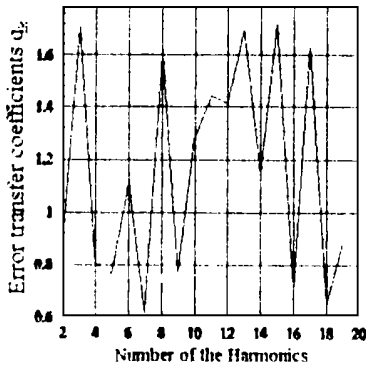
Fig 2 The optimization for the optimal angle positions of the probes with the random simplex pattern sweep method

Table 1 The optimal angle positions of the three probes(un it rad)

K_m	20	40	80	160	240	480
$F(q_k)$						
$\max(q_k)$	$Q_2= 0.505875$	$Q_2= 0.604724$	$Q_2= 0.687823$	$Q_2= 1.954724$	$Q_2= 1.778014$	$Q_2= 1.948856$
	$Q_3= 4.043355$	$Q_3= 5.541487$	$Q_3= 5.900665$	$Q_3= 4.022348$	$Q_3= 3.847772$	$Q_3= 4.080690$
$\frac{1}{K_m - 1}$						
$\frac{1}{K_m - 1} q_k$	$Q_2= 0.237429$	$Q_2= 0.581544$	$Q_2= 0.438018$	$Q_2= 0.499164$	$Q_2= 0.872020$	$Q_2= 0.345531$
	$Q_3= 2.275868$	$Q_3= 1.031583$	$Q_3= 5.904287$	$Q_3= 1.032108$	$Q_3= 5.434871$	$Q_3= 0.680060$
$\frac{1}{K_m - 1} q_k^2$						
$\frac{1}{K_m - 1} q_k^2$	$Q_2= 3.989026$	$Q_2= 0.577922$	$Q_2= 0.438018$	$Q_2= 1.096578$	$Q_2= 2.220091$	$Q_2= 1.136725$
	$Q_3= 4.252943$	$Q_3= 1.281388$	$Q_3= 5.904287$	$Q_3= 2.161296$	$Q_3= 4.084418$	$Q_3= 2.262829$

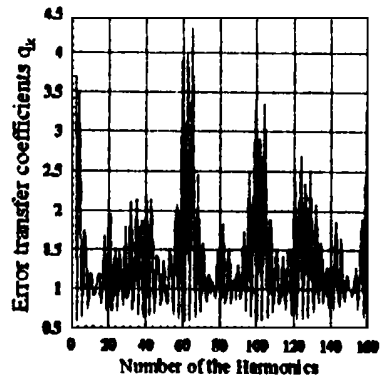
4 结 论

本文通过研究测头存在读数及角位置误差时测头间夹角对圆度测量精度的影响, 提出了确定测头最佳角位置的目标函数及寻优算法。本文的研究弥补了前人研究的不足, 为计算三点法圆度各次谐波的误差传递系数, 研究了三点法测量误差的分布与传递规律, 进一步提高三点法测量精度奠定基础。



$K_m = 20, Q_2= 0.505875\text{rad}, Q_3= 4.043355\text{rad}$

Fig 3(a)



$K_m = 160, Q_2= 1.954724\text{rad}, Q_3= 4.022348\text{rad}$

Fig 3(b)

Fig 3 The optimal angle positions of the three probes and the error transfer coefficients q_k [under the objective function $F(q_k) = \max(q_k) = \min$]

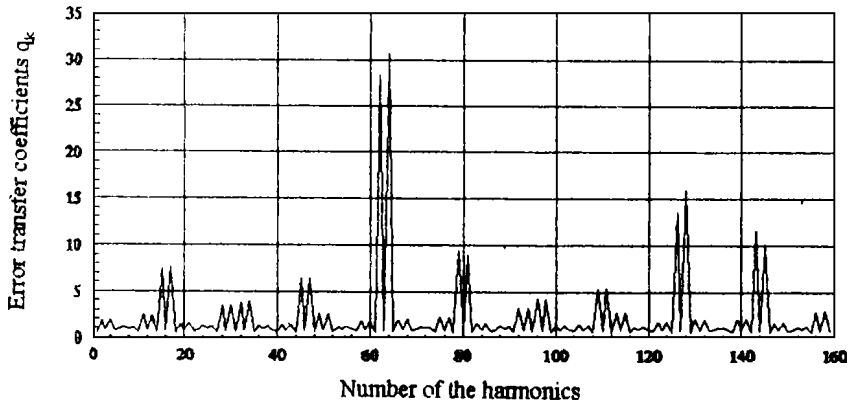


Fig 4 The angle positions and the error transfer coefficients q_k of the traditional three-point method
 $\varphi_1= 84.3220^\circ$ 、 $\varphi_2= 168.4638^\circ$

测头角位置优化结果表明: 相同谐波级次要求下, 不同目标函数下的最佳角度是不同的; 同一目标函数下, 不同谐波级次要求下的最佳角度也有较大变化。这说明测头最佳角位置的确定与具体的测量任务要求有关。

计算出的最佳角度下所得到的 q_k 值, 不仅明显优于按传统方法(某文献推荐使用的一组角度)确定的“最佳”角度下的 q_k , 见图4, 这说明确定测头最佳角位置时考虑测头读数及角位置误差对测量精度的影响是非常必要的; 而且明显优于文献[6], 见图5。这说明本文采用的随机模式方法所得到的结果比文献[6]中以1为搜索步长得到的“最佳”角度具有更高的精度。

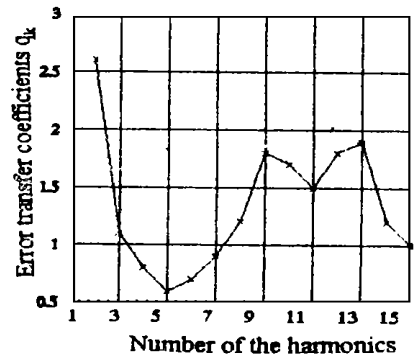


Fig 5 The angle positions and the error transfer coefficient q_k calculated by Hideo KATO^[6]
 $\varphi_1= 0^\circ$ 、 $\varphi_2= 38^\circ$ 、 $\varphi_3= 67^\circ$

参 考 文 献

- 1 青本保雄, 大 成夫 3点法真 度测定法の展开. 精密机械[日], 1996, 32(12): 831~ 836
- 2 Mitsui K. Development of new measuring method for spindle rotation accuracy by three points. Proceedings of 23-rd International M TDR, 1982: 115~ 121
- 3 肖 怀. 对三点测圆法的形状失真问题的研究. 吉林工业大学学报, 1978, (3): 39~ 55
- 4 李 均等. 在线圆度测量装置. 精密机床动态检测与精度控制论文集1983- 1987. 长沙: 国防科技大学出版社, 1987
- 5 朱训生. 三点法 EST 形状失真的根本原因及克服办法. 上海交通大学学报, 1998, 22(4): 1~ 12
- 6 加藤秀雄, 野村雄二郎, 中野嘉邦. 3点法に基づく 上真 度测定法の改良とn点法への 张. 精密工学会志, 1990, 56(12): 2303~ 2308
- 7 朱永生. 实验物理中的概率与统计. 北京: 科学出版社, 1991

8 薛履中. 工程最优化理论 天津: 天津大学出版社, 1992

A Method for Optimizing the Angle Positions of the Probes in Roundness and Spindle Error Motion Measurement with Three-Point Method

ZHANG Yu-Hua

(Optical Engineering Department of Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

WANG Xiao-Lin

(School of Mechanical Engineering, Shandong Polytechnic University, Jinan 250061)

Abstract

The method for optimizing the angle positions of the probes in roundness and spindle error motion measurement with three-point method is discussed in this paper. By an analysis on the effect of the reading errors of the probes on the accuracy for roundness and all the harmonics measurements, the strategies for optimizing the angular positions of the three probes are proposed, the optimal angle positions for the three probes are calculated by an efficient optimization algorithm based on Monte Carlo method and simplex pattern sweep method with high accuracy. The study shows that the distortion of the roundness measured by three-point method can be solved satisfactorily by optimizing the angle positions of the probes based on error analysis, the random pattern sweep method is the efficient means for optimizing the angular positions of the probes.

Key words: Roundness, Reading error, Optimal angle position; Objective function; Optimization

张宇华 男, 1964年5月出生, 博士。1986年7月于天津大学精密仪器系本科毕业, 1993年3月于中国科学院长春光学精密机械研究所研究生部硕士毕业, 1996年9月于天津大学精密仪器与光电子工程学院博士毕业。现在北京理工大学光电工程系仪器仪表博士后流动站从事博士后科研工作。研究方向为测试计量技术与仪器、自适应光学。